

研究班番号【77】
正n芒星の面積公式

77班:松木 聡汰、八木 優来、松本 琉希、安藤 瑚太呂

Abstract

We thought about the formula for the area of a regular n-pointed star. We derived the formula in two ways. From now on, we will simplify this formula and improve its ease of use.

要約

本研究の目的は、身近な図形の公式だけでなく、正n芒星の面積公式を求めることである。

1 はじめに

まず私たちは、三角形に様々な面積公式があるように、複雑な図形にも公式は存在するのかが気になり、複雑な図形として、正n芒星で考えることにした。

2 研究方法

正n多角形からその中にできる正n芒星を描き、関係の無い周りの三角形を引き、正n芒星の面積公式を出してみる。

《実験1》

- ①正n多角形の一辺の長さをa、 θ を $2\pi/n$ と置き、余弦定理を用いて、まず正n角形の全体の面積を求める。
- ②次に、円周角の定理を用いて①と同様の方法で余計な部分の面積を求める。
- ③最後に、①で求めた値から②で求めた値を引く。

《実験2》

正n多角形の一辺の長さをaとおき、隣合う2点から中心に線を引いた時のなす角を θ として正n多角形の面積公式をだす。そこから周りのn芒星以外の余分な三角形の面積を引く。 $\theta=2\pi/n$ と表す。

3 結果

《結果1》

計算を行った結果、1の値は $na^2\sin\theta/4(1-\cos\theta)$ 、2の値は $na^2\sin\theta/4(1+\cos\theta)$ となり、1の値から2の値を引き、整理すると $na^2/2\tan\theta$ となった。

《結果2》

計算を行った結果、 $a^2n\sin^2\theta/4(1-\cos\theta)-a^2n(1-\cos\theta)/4\sin\theta$ という式がでた。

4 考察

実験1からのアプローチと実験2からのアプローチで使用した式に色々な数値を代入した結果、ごく微妙大きな誤差が発生した(ほぼ影響はない)。使用した三角比の表や使用した計算機によって微妙なズレが起きるのだと考える。また、計算のはじめ方によってもズレが発生すると考える(ex:全てを計算してから約分or分子・分母それぞれ簡単にしてから約分)。

5 結論

実験1と実験2で公式を2つ出すことができた。また、同じ数値を代入して計算した結果、少数だと微小な誤差が出るが、ルートを使うと同じ値になった。微小ではあるが2つの公式に誤差が出るのでその原因を追求し、完全に一致するように調整する。また、公式をさらに簡略化し、受験問題などでも使えるように利便性の向上を図る。