研究班番号【 101 】

逆・裏・対偶を用いた論理的思考力の調査

数学班:徳山　透暉、木戸　遙士

Abstract

The purpose of this study is to determine whether students are able to apply what they have learned in Mathematics I "Sets and Logic" to their everyday logical thinking. The experiment shows that not a few students are able to apply the skills with the exception of contrapositive reasoning. However, the percentage of correct answers was only around 70%. We thought that the paraphrase of the assumption "If A, then B" as "Not A or B" is as a way of thinking to enable more people to easily judge the truth or falsehood of inferences. So a comparison of the percentage of correct answers by questionnaire survey using this method is required.

要約

本研究の目的は、数学I「集合と論理」の学習が日常における論理的思考へ応用できているのかを明らかにすることである。調査によって、対偶の推論を除いて、応用ができている人は少なくないと言える。しかし、正答率は70%程度に留まっており、より多くの人が容易に推論の真偽を判断できるようになるための考え方として、仮定「AならばB」を「AでないまたはB」と言い換えが挙げられるため、これを用いたアンケート調査による正答率の比較が求められる。

1. はじめに

我々は、日常生活の中で論理の通っていない会話をしばしば耳にし、その状況が当たり前になっている事に違和感を感じていた。そこで、我々は高校生のカリキュラムにおいて論理を学ぶ機会を考え、その結果、数学I「集合と論理」に着目することにした。

我々は「集合と論理」を学ぶことで、生徒が実際の論理的思考に応用し、特に本単元で扱われる「逆」、「裏」、「対偶」の推論の真偽を判別出来ているのか調査するためアンケートを実施することにした。

2. 研究手法

推論の真偽を問う問題を出題する。必要十分性は考慮しないため、推論が必ず正しい場合は「言える」、そうでない場合には「言えない」と回答するようにしている。問題で扱う事象は、状況の想像が容易な事象(以下現実型)、状況の想像が困難な事象(以下非現実型)、数学や図形を扱った事象(以下数学型)に分け、それぞれの型に、逆(集合A,Bに対して(A→B)→(B→A)))、裏((A→B)→(Aでない→Bでない))、対偶((A→B)→(Bでない→Aでない))、単純肯定((A→B)→(A→B)の推論のことを本論文では単純肯定とする)の4つの推論の真偽を問う問題を1問ずつ出題し、計12問の正答率を調べた。

3. 結果

各問題の答えを示した。多くの問題において正答率が70%を超えており、数学型の問題の正答率が総じて高かった。また、現実型の逆の推論の正答率が非常に低く、対偶の問題の正答率が総じて低かった。

	現実型	非現実型	数学型	平均
逆	37.1	82.9	94.3	71.4
裏	85.7	71.4	91.4	82.8
対偶	42.9	42.9	74.3	53.4
単純肯定	77.1	82.9	100.0	86.7
平均	60.7	70.0	90.0	73.6

表I.推論型及び事象別の正答率(高校2年生35人)

4. 考察

回答者数が極めて少ないため、この結果のみで傾向を断言することは難しいが、本論文ではこの結果を利用して考察を進めたい。

数学型の正答率の高さは推論が実際に検証可能であることによるものであると考えた。今回使用した数学型の問題は、前提を見ずとも、高校程度の数学の知識があれば、容易に結論の真偽を判断できるようになっている。また、現実型かつ逆型の問題の正答率が低かったことは、取り扱った事象が原因していると考えた。ここで取り扱った事象は、逆の推論を行っているため、推論は正しいとは言えないが、一般的には正しいと言われるものである。

対偶の正答率が特に低く、生徒にとって理解が難しいものであるといえる。そこで、逆、裏と合わせてより解釈を容易にするために、仮定「A→B」を別の表現で表すことを考える。命題Xの否定を¬Xとする。ここで、¬(¬X)=Xを利用すると、集合A,Bを含む全体集合をUとしたとき、

(A→B)=A⊂B={すべてのx∈Aについて、x∈B}　といえるから、

¬(A→B)={あるx∈Aについて、x∉B}={あるx∈Uについて、x∈(A∩¬B)}より、

¬{¬(A→B)}={すべてのx∈Uについて、x∈(¬A∪B)}=A→B と言い換えることができる。

これを用いて正答率が低かった対偶の推論を書き換えると、

「AならばBのとき、BでないならばAでない。」から、「Aでない、またはBのとき、BでないならばAでない。」とでき、真偽の判断が比較的容易になるだろう。

5. 結論

本研究の結果、対偶の推論を除いて、ほとんどの一般的な事象において多くの生徒が推論の真偽を判別できていると言える。しかし、仮定「A→B」を、「¬A∪B」と書き直すことで、推論の真偽の判別がより容易になると考えた。

ただし、本研究で用いたアンケート結果の母数が少なく、傾向を断言することが難しいこと、用いた事象によって正答率に差が出たことが挙げられるため、これらの点を修正してアンケート調査を再度実施する必要がある。また、本研究で示した仮定の言い換えをしただけの全く同じ問題を出題するアンケート調査を行い、正答率を調べることが求められるだろう。

6. 参考文献ならびに参考Webページ

昭三, 笹田. “高等学校における論理指導について.” 1967.