

星の面積が求められる!? ～正 m/n 角形の秘密

数学班: 吉岡優成 内古田悠汰

Abstract

The purpose of this study is to generalize the area of regular polygon expressed as a positive fraction. According to our experiment, these shapes have regularity and we can proceed the discussion with existing tools such as trigonometric ratio. Therefore, this study concludes that for this regular polygon, which is unfamiliar to us even though it is a regular polygon, we can generalize its area by dividing it and using our knowledge of high school mathematics.

要約

本研究の目的は、正の分数で表される多角形についてその面積を一般化することである。実験によって、これらの図形は規則性を持ち、三角比などの既存のツールを使うことで議論を進められることがわかった。従って本研究では、このように正多角形とはいっても、私たちには馴染みのない正多角形について、分割して高校数学の知識を用いれば面積を一般化することができるということが結論付けられた。

1. はじめに

私たちはある動画投稿サイトにて分数で表される正多角形というものを発見した。そこで私たちはそのような図形に興味を持ち、調べてみたいと思った。この研究の意義は、現段階においてあまり研究されていない図形について深く研究して規則性を見出す。そして、研究対象の性質を捉え、三角比や図形の性質などの既存のツールを用いて、複雑な図形の面積の求める道筋を考える。そして、そのような図形に対して、どのようなアプローチで解き進めていくのかについて議論し、そのような図形の研究を深めていくことである。ここでは私たちが普段触れている図形や三角比などを使ってそのような図形の面積を一般化できるのではと考えた。

2. 研究手法

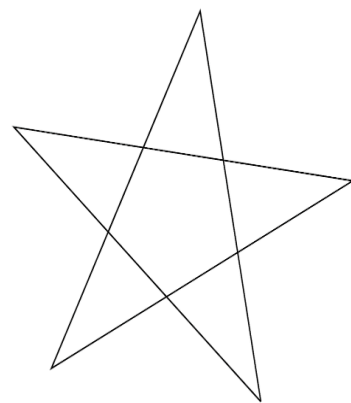
まず、 m, n が何を表しているのかについて研究するために半径 r の円に内接している状態を考える。なぜそのままの状態を考えずに円を用いて考えるのかというと、そのままの状態よりも円を用いるほうが円周角の定理や三角比といった便利なツールが使いやすいからである。そして m, n の規則性と、それらが何を表しているかを解明し、それらの情報から図形を分割して面積を求めていく。そして、そこから面積の公式の一般化をしていく。

《実験1》

- ①さまざま正 m, n 角形を用いて規則性を考える。
- ②その規則性から m, n は何を表しているのかについて考える。

《実験2》

- ①上の規則性から面積を一般化する。



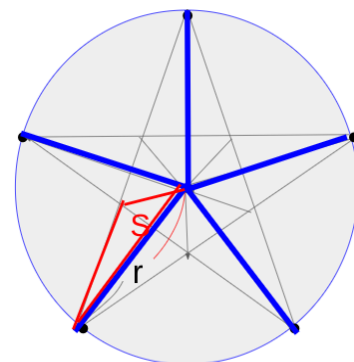
3. 結果

《実験1》

正 m, n 角形の m (分子)の部分は円周上の点を表し、 n (分母)の部分は原点に戻ってくるまでの週数を表す。

《実験2》

実験1から小さく分割した面積(右図の赤線で囲った部分)を正弦定理や三角比などを使い一般化することができた。



一般化の手順

I 実験1から右図の赤線で囲まれた三角形の角のうち、円の中心に位置している角の大きさを求める。また正多角形の内角の和の公式から円周上に位置している角の大きさを求める。これで二角がわかったからこの三角形のすべての角の大きさを求めることができる。

II 赤線で囲まれた三角形のうちの一边(円の半径)の長さと、手順 I からすべての角の大きさがわかっているから、正弦定理からもう一边の長さを求める。

III 手順 II から二辺との長さとすべての角の大きさがわかっているから、三角形の面積公式から赤線で囲まれた三角形の面積を求める。

IV 赤線で囲まれた三角形はもとの図形を m 分割し二等分したものだから、赤い三角形の面積から2と m をかけて全体の面積を求める。

4. 考察

本研究からこのような複雑な図形でも上手く分割し、そして m, n の規則性を推測していくことで、面積を求めることが出来た。また、このような図形の面積公式を一般化することに成功した。そしてこのように分割して考える方法は、様々な問題に対してのアプローチとして大切な考えであると感じた。

5. 結論

このような図形では、 m, n は規則性を持ち面積を求めるのに有効な手がかりであるだろうと提案した。そして実際に実験1.2より、それらは面積を求めるのに重要なツールであることを確認した。よって面積を一般化することに成功することができた。本研究では正の図形に限定したが、正ではない図形の面積をどのように求めるかについて、今後の展望とする。

6. 参考文献ならびに参考Webページ

正2.22角形は何辺ある？ 正2.5角形の謎とVSCodeでもF5/高専IT系部活紹介レビュー
<https://fukuno.iig.jp/2329>