

期待値と最短経路

数学班：西田 絢子 横田 臣治

要約

本研究の目的は、大阪上本町駅、鶴橋駅からの学校へのそれぞれの最短経路を明らかにし、期待値を用いた計算によって、それぞれのルートと比較することである。その結果、特定条件下では鶴橋駅からのルートの方が早く学校へ到着する場合があるということが結論付けられた。

Abstract

The purpose of this study is revealing the shortest routes from Uehonmachi Station and Tsuruhashi Station to the school, and to compare each route by calculation using expected values. As a result, it was concluded that the route from Tsuruhashi Station may arrive at the school earlier under certain conditions.

1. 序論

毎日、登校に使っている道は実際、どの道を使うと早く学校に辿り着けるか、疑問に思い、気になった。そこから期待値（=予測できる平均値）を使うと、分かるのではないかと考えた。そこで本研究では、上本町駅、鶴橋駅までの道という具体例における登校中に止まる赤信号の時間の期待値を信号の待ち時間と赤信号の時間の割合の積で算出した。そこから、歩行速度を定めて、登校時間を算出し、上本町駅と鶴橋駅で比較した。そして、信号機が登校時間に及ぼす影響を距離に換算し、実用的にした。

2. 研究手法

① 上本町から高津高校、鶴橋駅から高津高校までの最短経路の候補をそれぞれ調べる。

② 経路上にある信号の待機時間を測る。

<上本町の場合>

	北南方向	東西方向
ア (ア')	56 秒	1 分 14 秒
イ	1 分 17 秒	53 秒
ウ	30 秒	30 秒
エ	1 分 7 秒	29 秒

	斜め
エ	33 秒

< 鶴橋駅の場合 >

	北南方向	東西方向
オ (オ')	30 秒	40 秒

③ 赤色の時間の割合から、赤信号の期待値を算出する。

< 期待値の算出方法 >

信号の待ち時間 × 赤信号の時間の割合

例) エの信号機の場合 (※図 1 参照)

$$(67+29) \times (67+29) / (67+29+33) = 71.424$$

④ 最短経路を一定速度で歩く場合にかかる時間と期待値の和を計算し、上本町ルートと鶴橋ルートとで比較を行う。

(上本町駅から高津高校までを 650m、鶴橋駅から高津高校までを 900m とする)



(図 1 上本町駅からの最短経路)



(図 2 鶴橋駅からの最短経路)

3. 結果

I 信号の待ち時間の期待値

<図 1 における経路上の信号の数が 5 個のルート>

$$\begin{array}{r} (67+29) \times 0.744 = 71.424 \\ 53 \times 0.408 = 21.624 \\ 74 \times 0.569 = 42.106 \\ 97 \times 0.647 = 62.759 \\ +) 56 \times 0.431 = 24.136 \\ \hline 222.049 \end{array}$$

<図 1 における経路上の信号の数が 3 個のルート>

$$\begin{array}{r} (67+29) \times 0.744 = 71.424 \\ 30 \times 0.500 = 15.000 \\ +) 74 \times 0.569 = 42.106 \\ \hline 128.53 \end{array}$$

<図 2 における鶴橋駅からのルート>

$$\begin{array}{r} \textcircled{1} 40 \times 40 \div (30+40) \times 4/7 = 13.061 \\ +) \textcircled{2} 30 \times 30 \div (30+40) \times 3/7 = 5.510 \\ \hline 18.571 \end{array}$$

II 上本町駅と鶴橋駅との比較

① 一般的な歩行速度の場合

ヒトの歩行速度を 1.3 m/s とする

計算

$$\text{上本町} \rightarrow 650\text{m} \div 1.3 \text{ m/s} + 128.53 = 628.53 \text{ 秒}$$

$$\text{鶴橋} \rightarrow 900\text{m} \div 1.3 \text{ m/s} + 18.571 = 710.87 \text{ 秒}$$

② 鶴橋ルートからのほうが早くなる場合

ヒトの秒速 $X\text{m}$ で歩くとする。

上本町駅の登校時間 > 鶴橋駅の登校時間

となれば良いので

式)

$$650 \div X + 128.53 > 900 \div X + 18.571$$

$$109.96 > 250 \div X$$

$$X > 2.27 \dots$$

4. 考察

- ① 結果Ⅰより大阪上本町駅から高津高校までの登校にかかる時間は、信号機が5個のルートよりも、信号機が3個のルートの方が早く高津高校に辿り着きやすいことが分かる。
- ② 結果Ⅱより一般的な人の歩行速度で比較した場合、上本町ルートの方が鶴橋ルートより平均して約82秒早く高津高校に辿り着くことが分かる。
- ③ 結果Ⅱより約2.3%よりも歩行速度が大きい場合、鶴橋ルートの方が上本町ルートより早く高津高校に辿り着くと考えられる。
例) ランニング→3.00%
サイクリング→3.33%

5. 結論

期待値の計算により、大阪上本町駅からの高津高校への最短経路及び到着にかかる時間を明らかになった。さらに上本町ルートと鶴橋ルートとの比較によって、一般的な歩行速度では上本町ルートの方が鶴橋ルートよりも早く辿り着きやすいこと、及び鶴橋ルートの方が早く辿り着きやすくなる条件を明らかにした。

また本研究では赤信号を意図的に避ける場合を考慮していないため、実際に登校する際にかかる時間とは差が生じていると考えられる。

6. 参考文献

【グーグルマップより鶴橋駅周辺の位置情報】

【大阪府立高津高校ホームページ アクセス項目】