

カードマジックの公式化～天井関数を添えて～

数学班：若林 諒 高木 淳史

要約

本研究の目的は、カードマジックと数学との関係性を明らかにすることである。実験によって、本研究におけるカードマジックでは天井関数や不等式が用いられているということがわかった。従って本研究では、カードマジックには数式が用いられているということが結論付けられた。

Abstract

The purpose of this study is revealing the relationship between the card magic and mathematics. The experiment shows that ceiling functions and inequalities are used for the card magic in this research. This study concludes that formulas are used for card magic.

1. 序論

トランプのカードに書いてある数字を、種や仕掛けがないのに当てるというマジックを見て、そこに数学的な規則はないのだろうか疑問に思った。実際にトランプカードを用いてマジックを試行し、規則性を見つけ、文字を用いて一般化した。

2. 研究手法

K 、 L を奇数とし、1組 K 枚の山札を L 組作る。相手に答えのカードを含む山札を教えてもらい、その山札が真ん中になるように残りの山札を上下に同じ向きに重ねて、1つの山札にする。カードを上から1組目、2組目、… L 組目と順に配り直し、1組 K 枚の山札を L 組作る。答えのカードがその山札の真ん中になるまでの試行回数を調べる。

本研究では天井関数という関数を用いて計算するが、天井関数とは実数 X に対して、 X 以上の最小の整数であり $[X]$ と表す。

また、以下の場合では、 $K > L$ 、 $K \leq L$ と分けて考える。これは、二つの場合において実験の試行回数が変わったからである。なお、目当てのカードの初期位置を分割した山札の1枚目、もしくは K 枚目とするこれは、目当てのカードの移動が最大になる場合を確認するためである。

① $K > L$ の時

- ・ 1回目の後の目当てのカードの位置： $K, 1$ (番目)
- ・ 2回目の後： $\left\lfloor \frac{K(L+1)}{2L} \right\rfloor \cdots P_2$ 、 $\left\lfloor \left\{ \frac{K(L-1)}{2} + 1 \right\} \frac{1}{L} \right\rfloor \cdots P_2'$ とする。

P_X は試行回数 X の時、列の上から数えたときのカードの位置

- 3 回目の後 : $\left\lfloor \frac{K(L-1)+2P_2}{2L} \right\rfloor \dots P_3$, $\left\lceil \frac{K(L-1)+2P_2'}{2L} \right\rceil \dots P_3'$
- n 回目の後 : $\left\lfloor \frac{K(L-1)+2P_{n-1}}{2L} \right\rfloor \dots P_n$, $\left\lceil \frac{K(L-1)+2P_{n-1}'}{2L} \right\rceil \dots P_n'$

(n は目当てのカードがたばの中央にくるときの試行回数である。)

② $K \leq L$ の時

- 1 回目の後 : $K, 1$
- 2 回目の後 : $\left\lfloor \frac{K(L+1)}{2L} \right\rfloor$, $\left\lceil \left\{ \frac{K(L-1)}{2} + 1 \right\} \frac{1}{L} \right\rceil$

(I) $\left\lfloor \frac{K(L+1)}{2L} \right\rfloor = \frac{K+1}{2}$ を証明する

$0 \leq \frac{K+1}{2} - \frac{K(L+1)}{2L} < 1 \dots \textcircled{1}$ となればよい。

$$\frac{K+1}{2} - \frac{K(L+1)}{2L} = \frac{KL+L-KL-K}{2L} = \frac{L-K}{2L}$$

$K \leq L$ より、 $2L > L - K$

よって、 $\textcircled{1}$ は成り立つ

(II) $\left\lceil \left\{ \frac{K(L-1)}{2} + 1 \right\} \frac{1}{L} \right\rceil = \frac{K+1}{2}$ を証明する

$0 \leq \frac{K+1}{2} - \left\{ \frac{K(L-1)}{2} + 1 \right\} \frac{1}{L} < 1 \dots \textcircled{2}$ となればよい。

$$\frac{K+1}{2} - \left\{ \frac{K(L-1)}{2} + 1 \right\} \frac{1}{L} = \frac{KL+L-KL+K-2}{2L} = \frac{K+L-2}{2L}$$

$K \leq L$ より、 $2L > K + L - 2$

よって、 $\textcircled{2}$ は成り立つ

3. 結果

K (枚) $> L$ (組) のとき

中央に来るのにかかる回数 (n 回) の後の位置は

$$\left\lfloor \frac{K(L-1)+2P_{n-1}}{2L} \right\rfloor , \left\lceil \frac{K(L-1)+2P_{n-1}'}{2L} \right\rceil$$

(P は下付きの数における位置)

$K \leq L$ のとき、試行回数 2 回で目当てのカードは中央に来る

4. 考察

研究したマジックにおいて答えのカードを発見するために、天井関数や不等式が用いられることが分かった。私たちはこの実験を通して、様々なマジックに数学的な要素が関わっているのではないかと感じた。

5. 結論

考察から、このカードマジックにおいては、主に関数や不等式の性質を用いて規則性を導くことができた。これからは、今回とは別のマジックで同じような数学的な要素が用いられているかを調べていきたい。

6. 参考文献

- ・天井関数と床関数 - Python 数値計算入門

<https://python.atelierkobato.com/ceil/>

- ・カードマジックに関する数学 木村 友哉

<https://kozu-osaka.jp/cms/wp-content/uploads/2019/02/88b8c6496474c7044a228ce4daeea18.pdf>