研究班番号【 69 】

N進法において3進法が最も経済的であるということの研究

数学班：安友　碧海

１．はじめに

N進法について調べているとき3進法が最も経済的であるという記述を見かけたが実際に3進法が使われているのを見たことがなかったため興味を持った。本研究では3進法が最も経済的であることの証明となぜ使われていないかを考えた。

２．研究方法

（研究1）　3進法が最も経済的であることの証明

N進法で一桁を表現するのに必要なコストがNに比例すると仮定する。

m（ある定数）までのすべての数を表現するためのコストは一桁分のコストに必要な桁数をかけたものである。

mをN進法で表現したとき、x桁の正の整数とすると　$n^{x-1} \leqq m < n^x$ が成り立つ。

よって　$log_n n^{x-1} \leqq log_n m < log_n n^x$

$$x-1 \leqq log_n m < x$$

以上から　$log_n m$ は m をN進法で表現したときの桁数の近似値であるといえる。

したがって $n \times log_n m$ が最小になるときの n を求めた。

（研究2）　なぜ3進法が一般に使われていないかの考察

以前存在した3進法を用いて設計されたコンピューターの歴史、2進法を用いてコンピューターを設計することの利点などを調査し考察した。

３．結果

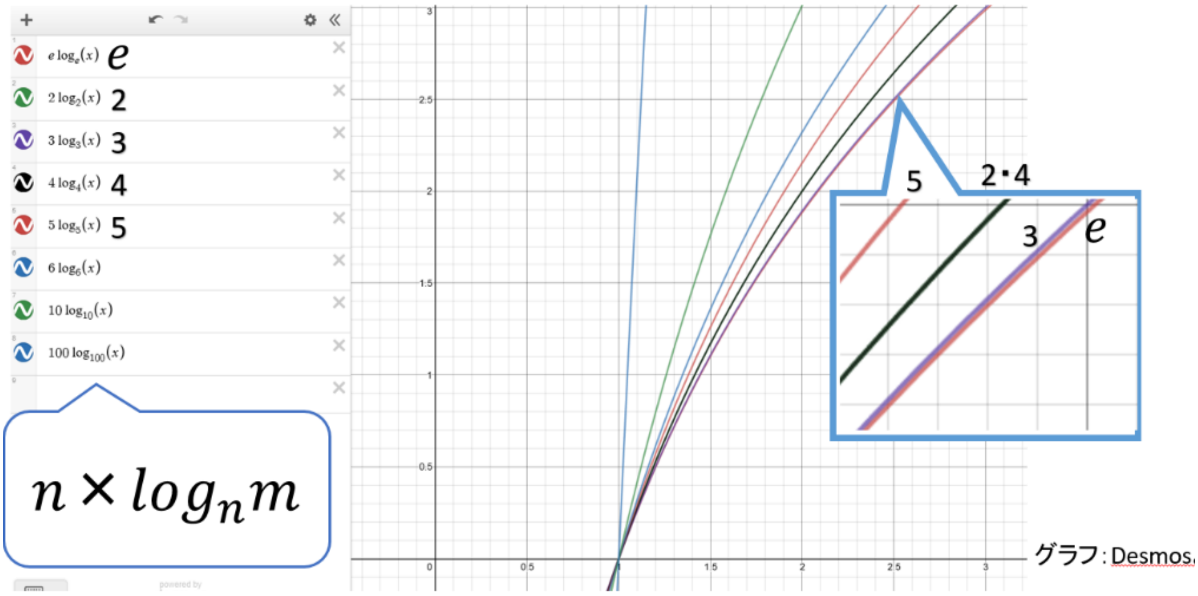
（研究1）

$f(x) = x \times log_x m$ とおく

$$f'(x) = log\, m \times \frac{log\, x - 1}{(log\, x)^2}$$

$$f'(x) = \frac{log\, m\,(log\, x - 1)}{(log\, x)^2}$$

$f'^{(x)}$ は $log\, x - 1 = 0$、すなわち $x = e$ のとき極小、したがって $x = e$ のとき $f(x)$ は最小となるがN進法の n は整数である必要があるため不適。 n が整数の場合、$n \times log_n m$ は $n = 3$ のときに最小である。



$f(x) = n \times log_n x$のグラフ

以上から前述の仮定の下では 3 進法が最も経済的であると言える。

（研究 2）

・3 進法を用いて設計されたコンピューターにはモスクワ州立大学の Setun、Setun70 などがあったが、わずか数年で生産が停止された。

・2 進法を用いてコンピューターを設計することの利点には

0、1 の 2 つの数字を信号の有無で表せる

設計が非常に簡単

などがある。

4．考察

3 進法が最も経済的であるということが分かったが、N 進法で一桁を表現するのに必要なコストが N に比例するという仮定に実際と異なる点があると考えられる。

また、コンピューターの設計に 3 進法が使われていない理由としては 3 つの数字を判別する回路が必要になるため、などが考えられる。

5．まとめ

前述の仮定の下では 3 進法が最も経済的であると言える。3 進法は 2 進法に劣る点が多いため実用されていないと考えられる。

6．参考文献ならびに参考 Web ページ

Wikipedia「3 進法」

https://ja.wikipedia.org/wiki/%E4%B8%89%E9%80%B2%E6%B3%95　閲覧日　2019 年 9 月 1 日