対数の歴史

数学班：裏野

１．はじめに

数Ⅱの授業において常用対数表を初めて見て、対数の値はコンピューターがない時代に、どのようにして求められたのか興味を持ち、それを調べることにした。対数の正確な値を求めるのは難しかったので、概数を求めることにした。その過程で、どのようにすればより正確な値が求められるかを考えてみた。

２．研究内容

(1) $\log_{10}1$～$\log_{10}10$を求める。

$2^{10}=1024\fallingdotseq 1000$　として

$\log_{10}2^{10}=3$

$10\log_{10}2=3$

$\log_{10}2=0.3$

$\log_{10}5=\log_{10}\frac{10}{2}$ より

$\log_{10}5=\log_{10}10-\log_{10}2=1-0.3=0.7$

$49\fallingdotseq 50$　として

$\log_{10}7^2=\log_{10}50=\log_{10}10+\log_{10}5$

$=1+0.7=1.7$

$\log_{10}7^2=1.7$

$2\log_{10}7=1.7$

$3^2=9\fallingdotseq 8$として

$\log_{10}3^2=\log_{10}8=3\log_{10}2=3\times 0.30=0.90$

$2\log_{10}3=0.90$

$\log_{10}3=0.45$

求めて数値と公式を用いて、

$\log_{10}4=2\times 0.30=0.60$

$\log_{10}8=3\times 0.30=0.90$

$\log_{10}9=2\times 0.45=0.90$

$\log_{10}6=0.30+0.45=0.75$

$\log_{10}1=0$	$\log_{10}6=0.75$
$\log_{10}2=0.30$	$\log_{10}7=0.85$
$\log_{10}3=0.45$	$\log_{10}8=0.90$
$\log_{10}4=0.60$	$\log_{10}9=0.90$
$\log_{10}5=0.70$	$\log_{10}10=1$

表１ $\log_{10}1$～$\log_{10}10$の求めた概数

(2) 表 1 の$\log_{10}8$と$\log_{10}9$の値が同じということから、非常に大きい誤差が生じていると考え、どのようにすれば誤差を小さくできるか工夫してみる。

３．結果

$\log_{10} 2 = 0.3$を使用した場合

誤差を小さくする工夫をした場合

$\log_{10} 1 = 0$	$\log_{10} 6 = 0.7775$
$\log_{10} 2 = 0.30$	$\log_{10} 7 = 0.8443$
$\log_{10} 3 = 0.4775$	$\log_{10} 8 = 0.90$
$\log_{10} 4 = 0.60$	$\log_{10} 9 = 0.9550$
$\log_{10} 5 = 0.70$	$\log_{10} 10 = 1$

それぞれの対数の正確な値（$\log_{10} 2$～$\log_{10} 9$は小数点５桁目以降を切り捨て）

$\log_{10} 1 = 0$	$\log_{10} 2 = 0.3010$	$\log_{10} 3 = 0.4771$	$\log_{10} 4 = 0.6020$	$\log_{10} 5 = 0.6989$
$\log_{10} 6 = 0.7781$	$\log_{10} 7 = 0.8450$	$\log_{10} 8 = 0.9030$	$\log_{10} 9 = 0.9542$	$\log_{10} 10 = 1$

４．考察

③で考えた近似の考え方を使って、例えば$\log_{10} 7$の値を求める場合$\log_{10} 7^2$=$\log_{10} 49$≒$\log_{10} 50$もしくは$\log_{10} 48$と考えるより、$\log_{10} 7^3$=$\log_{10} 343$≒$\log_{10} 344$もしくは$\log_{10} 342$とした方が誤差は小さくなり、この場合は$\log_{10} 7^x$=$\log_{10}(7^x - 1)$もしくは$\log_{10}(7^x + 1)$でxの値を大きくするにつれて、求める概数は正確な値に近づくと思われる。