

34 彗星の衝突

数学班：泉，高浪

1. 研究動機

地球に彗星が衝突して、一つの町を破壊するという SF 映画があった。

その映画を見て、衝突する彗星の質量や速さ次第では地球規模の多大な影響を与えるのではないのかと疑問に思い、実際に地球に彗星が衝突したときの現象について研究した。

2. 研究概要

彗星が地球に衝突すると仮定したとき、地球が火星の公転軌道に到達するために必要な彗星の質量および速さの条件を求める。

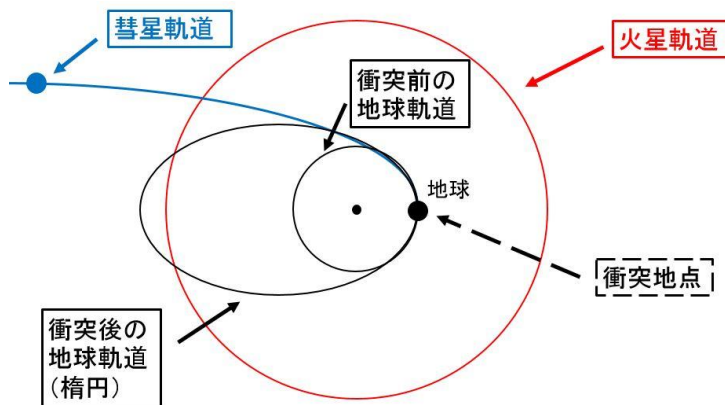


図 1 衝突の模式図

2. 研究方法

(1) 研究方針

地球と火星は太陽を中心とする円軌道を描くと仮定し、その半径をそれぞれ R, R' とする。

- ① 地球の質量を m 、衝突前の地球の速さを v 、
衝突直後の地球の速さを αv (α は実数) とする。また、衝突地点を A とする。
衝突後、地球は楕円軌道上を公転する。
その楕円軌道の遠日点を B とし、太陽から B までの距離を L とし、
 B 地点での地球の速さを v' とする。
 A, B 地点で、面積速度一定の法則と力学的エネルギー保存の法則を用いて、
条件を満たす α の範囲を求める。

- ② 衝突前の彗星の速さを v_s 、彗星の質量を m_s とする。

運動量保存の法則を用いて、 v_s と m_s の関係を求める。

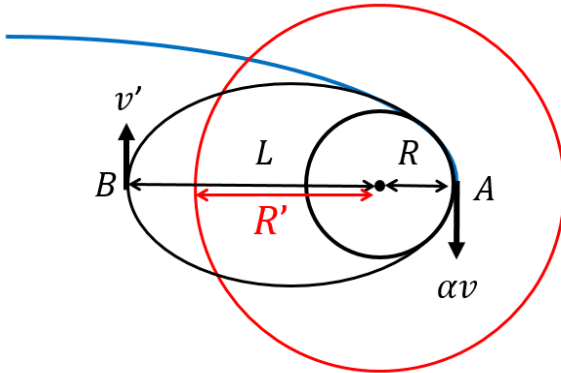


図2 ①を表した図

(2) 具体的な計算

$$\textcircled{1} \begin{cases} Rav = Lv' \text{ (面積速度一定の法則)} \\ \frac{1}{2}m(\alpha v)^2 - \frac{GMm}{R} = \frac{1}{2}mv'^2 - \frac{GMm}{L} \text{ (力学的エネルギー保存の法則)} \end{cases}$$

この2式を連立させて、 α を求めると、 $\alpha \geq 1.09$

\therefore 衝突地点での速さ αv が、衝突前の速さ v の1.09倍になればよい。

$$\textcircled{2} m_s v_s + mv = (m_s + m)\alpha v$$

$\alpha \geq 1.09$ を代入して、 v_p と m_p の関係を求める。

3. 結果

①, ②を用いて計算すると、下の式が求まった。

$$v_s \geq \frac{16.1}{m_s} + 32.7$$

4. 考察

彗星の速さと質量の関係が、グラフで示された領域を満たすとき、彗星の衝突により地球は火星軌道に到達できる。

3. の結果を用いて具体的に計算すると、彗星の速さが33km/s以上のとき、彗星の質量が $53.6 \times 10^{24} \text{kg}$ 以上であれば、条件を満たす。

ここで、試しに月が地球に衝突する現象を考える。

月の質量は約 $73.6 \times 10^{21} \text{kg}$ であり、月の公転速度は1.0km/sなので、実際にはその条件を満たさない。

つまり、月が地球に衝突しても地球が火星軌道にうつることはない。

また、もし仮に条件を満たす惑星が地球に衝突したとしたら、

地球が火星軌道に到達する前に崩壊すると考えられる。

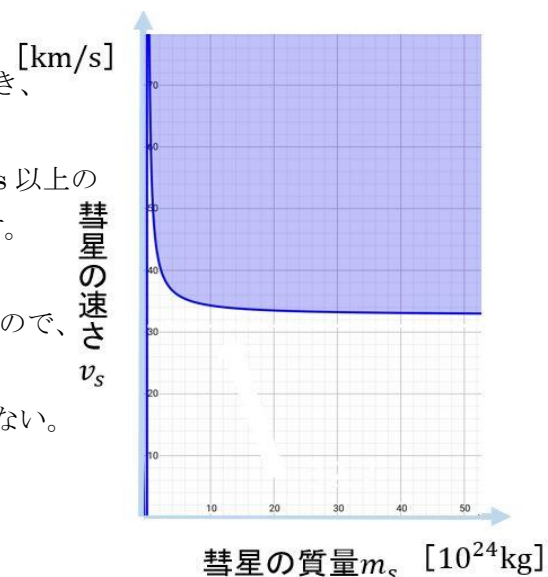


図3 衝突の速さと質量のグラフ