

正多面体展開図の研究

1. はじめに

正多面体の展開図についての研究ということで、展開図に法則はあるのかをしらべるために正多面体の代表格である立方体について初めに調査することにしました。

展開図の法則と言っても具体的には何かわからないので今回は展開図の種類を調べる時に気付いた「すべての展開図は同じ形に変形できるのではないか」という仮定について調べることにしました。

2. 研究方法

①まず初めに立方体の展開図の種類を調べるために左右対称、点対称を除いてすべての展開図を書き出すことにしました。

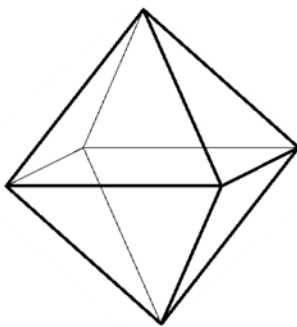
②次に立方体の展開図から1つ基準となる展開図を定めてほかの展開図から任意の展開図を1つ、合わせて2つの展開図を取り出して任意の展開図をどのように変形すると基準となる展開図になるかを調べました。

③前の手順で分かった法則がほかの正多面体でもいえるのか同じ手順で調べました。

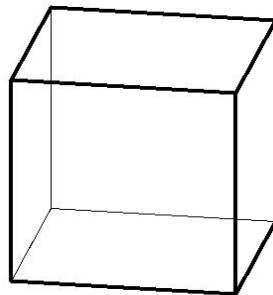
3. 結果

[結果①]

立方体の展開図は11種類、正八面体の展開図は11種類あることがわかりました。また立方体、正八面体、の展開図は1つ基準となる展開図を定めるとほかの展開図はすべて基準の展開図に変形することが可能であるとわかりました。



正八面体

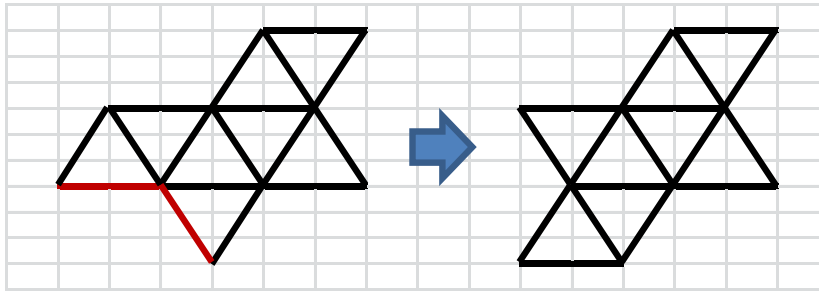


立方体

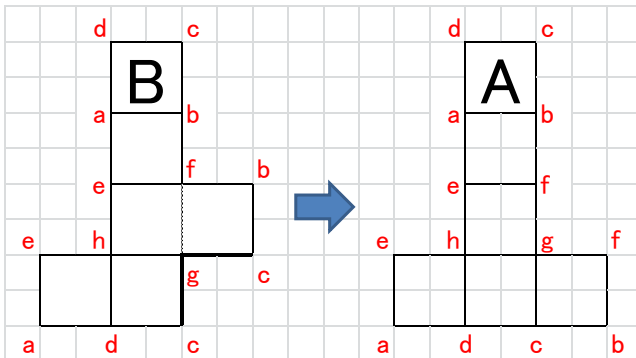
その法則は上の図のように1つの頂点に集まる図形の数 a 個とし、正多面体を構成している図形の内角を θ 度として

$$360^\circ - \theta^\circ \times a = X^\circ \dots \text{公式①}$$

となる X° がなす角となる辺は次ページの図のように移動できるということがわかりました。



正八面体... $360^\circ - 60^\circ \times 4 = 120^\circ$



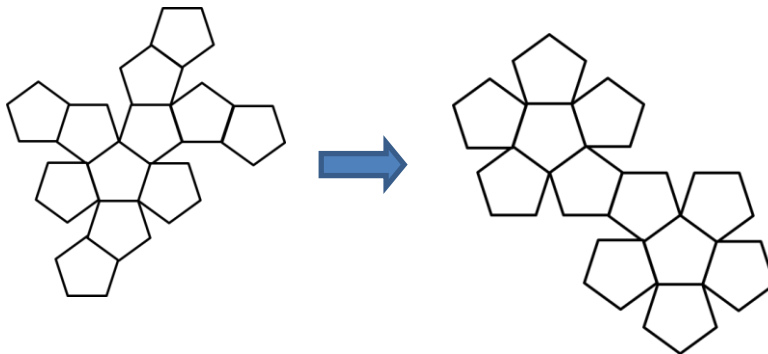
立方体... $360^\circ - 90^\circ \times 3 = 90^\circ$

[結果②]

正十二面体も公式①に値を代入して計算すると

$$360^\circ - 108^\circ \times 3 = 36^\circ$$

となり、2つの展開図を取り出さず角 36° となる図形を変形していくと片方の展開図はもう片方の展開図に変形することが可能であることがわかりました。



4. 考察

研究の結果から立方体、正八面体は基準となる展開図を定めるとすべての展開図は基準となる展開図に変形することが可能であることがわかり、そのことから同じ正多面体は同じく変形可能であると考えられる。

また、正多面体以外の多面体も1つの頂点に集まる角の和がすべての頂点で等しければ正多面体と同じように変形することが可能であると考えられる。