数学班：岡野　彩　　澤井　美里

ペグソリティアの解法

1. はじめに

ペグソリティアとは、盤上に並んだ駒を縦横にある駒を飛び越すように動かし、間にあるボールを取り除いていくゲームであり、最後に駒を 1 つだけ残すことができたら成功。一見簡単に見えるが実際はなかなか成功させることができず、なにか法則はないのかと気になったため研究をすることにした。

2. 研究内容

本来は盤の中心の駒を取り除いた状態で始めるが、それ以外の駒を取り除いた状態からの場合も試し、始めに取り除く駒の位置と残る駒の位置との関係性を見つける。

駒の動きを数式化できないか考える。

3. 結果

上下にどの 3 つのマスをとってもＡ，Ｂ，Ｃとなるようにグループ分けする。Ａ，Ｂに駒がある状態でＡの駒をＣに動かすと、Ａ，Ｂは一つずつ減りＣは１つ増える。するとＡ，Ｂ，Ｃの個数の偶数奇数が入れ替わるので、下記のようになる。

[例]

（Ａ、Ｂ、Ｃ）＝（偶、偶、偶）→（奇、奇、奇）、（奇、奇、奇）→（偶、偶、偶）

（偶、偶、奇）→（奇、奇、偶）、（奇、奇、偶）→（偶、偶、奇）

最終形は（１、０、０）なので（Ａ、Ｂ、Ｃ）＝（奇、偶、偶）のパターンとなるため、始めのＡ，Ｂ，Ｃの駒数が同じでは成功させることができない。

	A	B	C	A＋B	B＋C	C＋A
A→C	−1	−1	＋1	−2	0	0
A→B	−1	＋1	−1	0	0	−2

		A	B	C		
		C	A	B		
C	A	B	C	A	B	C
B	C	A	B	C	A	B
A	B	C	A	B	C	A
		B	C	A		
		A	B	C		

このように考えていくと、Ａを空けて始める場合、

（Ａ、Ｂ、Ｃ）＝（10、11、11）

（Ｂ＋Ｃ、Ｃ＋Ａ、Ａ＋Ｂ）＝（22、21、21）となる。

最終的にはどれか１つのみが１になればいいので、和を考えると

（Ｂ＋Ｃ、Ｃ＋Ａ、Ａ＋Ｂ）＝（0、1、1）、（1、0、1）、（1、1、0）となればよい。

これらはー２ずつ変化するため始めに偶数であった 22 のみ 0 になり、

（Ｂ＋Ｃ、Ｃ＋Ａ、Ａ＋Ｂ）＝（0、1、1）しかない。

このことから（Ａ、Ｂ、Ｃ）＝（1、0、0）が最終形となり、1 つ残る駒はＡの場所であるとわかる。

また、A、B、Cの並べ方を左右反対にしても
この理論は成り立つので、重ね合わせて考えると
残る駒の位置をさらに絞ることができる。
例えば、左上のAAを取り除くと、
残る可能性があるマスはAA の4マスのみとわかる。

		AA	BB	CC		
		CB	AC	BA		
CA	AB	BC	CA	AB	BC	CA
BB	CC	AA	BB	CC	AA	BB
AC	BA	CB	AC	BA	CB	AC
		BC	CA	AC		
		AA	BB	CA		

◎駒の動作を式で表す◎

駒がある場所をそれぞれα、β、γとする。

β		
γ	β	α

β		

βにある駒を触媒とすると
$\alpha\beta\alpha\gamma=\beta$　つまり　$\alpha\beta\gamma=1$

α	β		α

	α		

αにある駒を触媒とすると
$\alpha\beta\alpha=\beta$（αがβの位置に移動）$=1$
つまり$\alpha^2=1$

$\alpha\beta\gamma=1$、$\alpha^2=1$より○○＝１と表せるとき成功するのではないかと仮定する。

【証明】

	α		
α	β		
	γ		
	α	β	γ

αを触媒とすると
$\alpha\beta\alpha\gamma\alpha\beta\gamma=\alpha^3\beta^2\gamma=1$となり
○○＝１となるとき成功することが証明できる。

４．　まとめ

それぞれの盤上の位置にある駒の数の変化を考えることで最初に駒を置かない場所と最後に駒がある場所には関係性を見つけることができた。
これを利用することで自分たちが考えた盤上でも成功するのか、失敗するのかの判断も可能であることがわかった。
また、駒の動作を$\alpha\beta\gamma$の文字を使って表すことができ、成功するときの駒の動作は○○＝１となる共通の式で表せることがわかった。