

ペグソリティアの解法

1. はじめに

ペグソリティアとは、盤上に並んだ駒を縦横にある駒を飛び越すように動かし、間にあるボールを取り除いていくゲームであり、最後に駒を1つだけ残すことができたから成功。一見簡単に見えるが実際はなかなか成功させることができず、なにか法則はないのかと気になったため研究をすることにした。

2. 研究内容

本来は盤の中心の駒を取り除いた状態で始めるが、それ以外の駒を取り除いた状態からの場合も試し、始めに取り除く駒の位置と残る駒の位置との関係性を見つける。

駒の動きを数式化できないか考える。

3. 結果

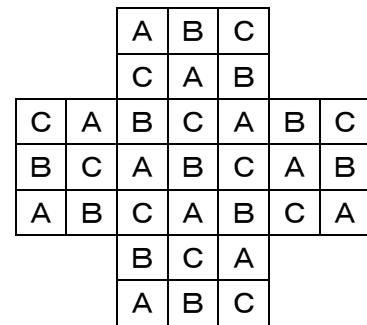
上下にどの3つのマスをとってもA, B, Cとなるようにグループ分けする。A, Bに駒がある状態でAの駒をCに動かすと、A, Bは一つずつ減りCは1つ増える。するとA, B, Cの個数の偶数奇数が入れ替わるので、下記のようになる。

[例]

(A, B, C) = (偶, 偶, 偶) → (奇, 奇, 奇)、(奇, 奇, 奇) → (偶, 偶, 偶)
 (偶, 偶, 奇) → (奇, 奇, 偶)、(奇, 奇, 偶) → (偶, 偶, 奇)

最終形は(1, 0, 0)なので(A, B, C) = (奇, 偶, 偶)のパターンとなるため、始めのA, B, Cの駒数が同じでは成功させることができない。

	A	B	C	A+B	B+C	C+A
A→C	-1	-1	+1	-2	0	0
A→B	-1	+1	-1	0	0	-2



このように考えていくと、Aを空けて始める場合、

(A, B, C) = (10, 11, 11)

(B+C, C+A, A+B) = (22, 21, 21) となる。

最終的にはどれか1つのみが1になればいいので、和を考えると

(B+C, C+A, A+B) = (0, 1, 1), (1, 0, 1), (1, 1, 0) となればよい。

これらは-2ずつ変化するため始めに偶数であった22のみ0になり、

(B+C, C+A, A+B) = (0, 1, 1) しかない。

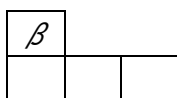
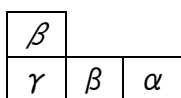
このことから(A, B, C) = (1, 0, 0)が最終形となり、1つ残る駒はAの場所であるとわかる。

また、A、B、Cの並べ方を左右反対にしてもこの理論は成り立つので、重ね合わせて考えると残る駒の位置をさらに絞ることができる。例えば、左上のAAを取り除くと、残る可能性があるマスはAAの4マスのみとわかる。

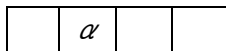
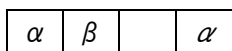
		AA	BB	CC		
		CB	AC	BA		
CA	AB	BC	CA	AB	BC	CA
BB	CC	AA	BB	CC	AA	BB
AC	BA	CB	AC	BA	CB	AC
		BC	CA	AC		
		AA	BB	CA		

◎駒の動作を式で表す◎

駒がある場所をそれぞれ α 、 β 、 γ とする。



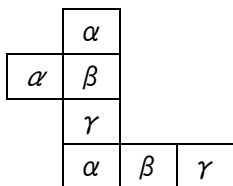
β にある駒を触媒とすると
 $\alpha \beta \alpha \gamma = \beta$ つまり $\alpha \beta \gamma = 1$



α にある駒を触媒とすると
 $\alpha \beta \alpha = \beta$ (α が β の位置に移動) = 1
 つまり $\alpha^2 = 1$

$\alpha \beta \gamma = 1$ 、 $\alpha^2 = 1$ より $\alpha \beta \gamma \alpha = 1$ と表せるとき成功するのではないかと仮定する。

【証明】



α を触媒とすると
 $\alpha \beta \alpha \gamma \alpha \beta \gamma = \alpha^3 \beta^2 \gamma = 1$ となり
 $\alpha \beta \gamma \alpha = 1$ となると成功することが証明できる。

4. まとめ

それぞれの盤上の位置にある駒の数の変化を考えることで最初に駒を置かない場所と最後に駒がある場所には関係性を見つけることができた。

これを利用することで自分たちが考えた盤上でも成功するのか、失敗するのかの判断も可能であることがわかった。

また、駒の動作を $\alpha \beta \gamma$ の文字を使って表すことができ、成功するときの駒の動作は $\alpha \beta \gamma \alpha = 1$ となる共通の式で表せることがわかった。